

MODELAMIENTO DE COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE CUARTO DE VEHÍCULO UTILIZANDO LA TÉCNICA BOND GRAPH

MODELING OF A QUARTER CAR MODEL A PASSENGER CAR SYSTEM USING A BOND GRAPH FORMULATION

Juan Carlos Parra Márquez¹

Joseph Tornero Monserrat²

RESUMEN

Este trabajo presenta los resultados de la investigación cuyo objetivo es obtener un modelo matemático para un cuarto de vehículo, incluyendo el ángulo de caída, mediante el uso de Bond Graph. En este contexto, los sistemas de suspensión desde siempre han sido aplicados a vehículos, desde los coches arrastrados por caballos, con hojas de acero flexibles fijas, hasta llegar a los vehículos modernos con algoritmos de control complejos. Cada vehículo que sigue un camino, o carretera, es expuesto a vibraciones que son dañinas tanto para los pasajeros en términos de confort como para la durabilidad del vehículo en sí mismo.

La formulación Bond Graph es utilizada para el desarrollo del modelo porque esta facilita la integración, en un modelo, tanto de componente como de los subsistemas del mismo, provee al usuario de la perspectiva física, y permite a la manipulación fácil de los modelos.

Finalmente, mejoras significativas de la metodología de integración han surgido basadas en ambientes de programación gráfica mediante el diseño orientado a objetos, como lo es 20-Sim. Por lo tanto, este modelo ha sido obtenido e implementado mediante el software 20-Sim.

Palabras Claves: Bond Graph, Dinámica de vehículo, Mecánica, Modelo Matemático, 20-Sim.

ABSTRACT

This paper presents the results of a research whose objective was to find a mathematical model, using bond graph technique, of a quarter passenger car system. In this context, suspension system have been widely applied to vehicles, right from the horse drawn carriages with flexible leaf springs fixed at the four corners, to the modern automobiles with complex control algorithms.

The Bond Graph formulation is used for model development because it facilitates the integration of component/subsystem models, provides the user with physical insight, and allows easy manipulation of models.

Finally, significant improvements in the integration methodology have since emerged based on object-oriented graphical programming environments, such as 20-Sim. Therefore, this mathematical model was obtained and implemented in the 20-Sim modeling and simulation environment.

Key Words: Bond Graph, Dynamic Vehicle, Mechanics, Mathematical Model, 20-Sim.

¹ Departamento de Sistemas de Información, Facultad de Ciencias Empresariales, Universidad del Bío-Bío, Concepción, Chile, C.P. 4081112, teléfono: (56)(41)2731521.

e-mail: jparra@ubiobio.cl

² Departamento de Ing. de Sistemas y Automática, Universidad Politécnica de Valencia, Valencia, España.

e-mail: jtornero@isa.upv.es

INTRODUCCIÓN

El modelado y la simulación tienen una importancia creciente en el desarrollo de sistemas complejos; como por ejemplo, en sistemas mecánicos de gran tamaño. En este particular, en temas tales como los vehículos de pasajeros [1], vehículos ferroviarios [2], mecanismos de alta velocidad, sistemas de suspensión de vehículos [3], robots industriales y máquinas herramientas [4], la simulación es un modo económico de experimentar con ellos y de poder diseñar sistemas de control apropiados para los mismos.

En este contexto, los sistemas de suspensión desde siempre han sido aplicados a vehículos, desde los coches arrastrados por caballos, con hojas de acero flexibles fijas, hasta llegar a los vehículos modernos con algoritmos de control complejos. Cada vehículo que sigue un camino, o carretera, es expuesto a vibraciones que son dañinas tanto para los pasajeros en términos de confort como para la durabilidad del vehículo en sí mismo. Por lo tanto la tarea principal de una suspensión de vehículo es de asegurar la comodidad del paseo y asegurar ciertas condiciones de conducción y maniobras del vehículo; esto, en su momento, contribuirá directamente en la seguridad.

Por otra parte, en la mecánica clásica existen varios procedimientos por los cuales pueden ser obtenidas las ecuaciones diferenciales para un sistema de cuerpos rígidos. En el caso de sistemas grandes, estos procedimientos requieren de mucha mano de obra y, por consiguiente, están predispuestos al error a no ser que ellos sean automatizados [5].

Este trabajo aplica la teoría de los multicuerpos mediante la técnica de Bond Graph [6] en el modelado de un cuarto de vehículo de pasajeros [7] pero, además, se incluye el comportamiento del mismo mediante variaciones del ángulo de caída de la rueda. Ahora bien, por una parte, un modelo Bond Graph permite unir gráficos de flujo con diagramas de bloque y, a partir de esto, permite la derivación algorítmica de modelos matemáticos y computacionales mediante una tarea sumamente formalizada [8]. La conjunción de estos y otros rasgos hacen de Bond Graph una herramienta basada en el diseño orientado a objetos, poseedora de un lenguaje gráfico conveniente para el modelado dinámico, el análisis y la simulación de complejos sistemas de ingeniería que implican la presencia de diversos dominios físicos y técnicos [9].

Finalmente, la implementación se ha realizado mediante el uso del software de simulación 20-Sim [10] el cual ha permitido modelar, implementar y analizar los resultados del comportamiento del modelo mediante Bond Graph constituyéndose en una herramienta esencial en la elaboración de este trabajo.

DISEÑO DE MODELO

La rueda posee, como modelo básico (Figura 1) para todas las simulaciones, el definido por un muelle, de constante C , y dos resortes, de constantes K y k_1 respectivamente. Además, m corresponde a la masa de la rueda y M a la masa de la carga superior, o chasis.

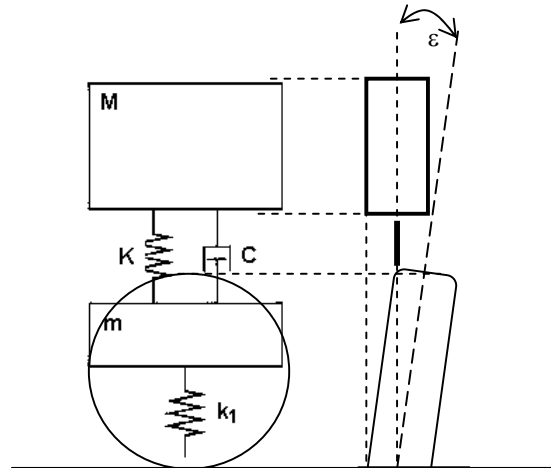


Fig. 1 Modelo aproximado de rueda.

Se comenzará por descomponer dicho modelo en dos componentes: (a) rueda (Figura 2) y (b) Suspensión y chasis (Figura 3); sin considerar, inicialmente, el ángulo de inclinación ε . Todas las variables V corresponden a las velocidades de los objetos donde ellas aparecen.

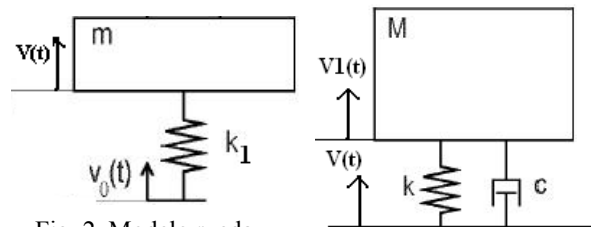


Fig. 2 Modelo rueda.

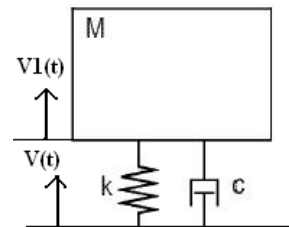


Fig. 3 Modelo suspensión.

Se procede a obtener los Bond Graph de cada uno de los componentes (Figura 4 y Figura 5, respectivamente), o subsistemas, por separado para finalmente obtener el diagrama del sistema integrado.

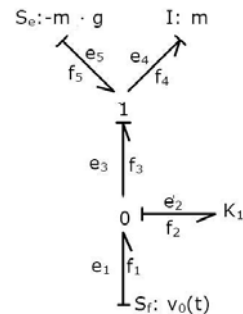


Fig. 4 Diagrama Bond Graph de la rueda.

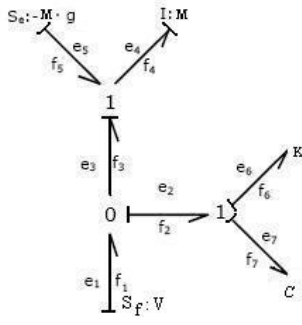


Fig. 5 Diagrama Bond Graph de la suspensión y el chasis.

Construidos los diagramas debemos definir las variables independientes de tal manera de obtener las ecuaciones de los subsistemas. Para el primer grafo, las variables se deben asociar a los componentes m y k_1 ; en éste caso, serán p_1 , momento en m , y x_1 el desplazamiento para K_1 .

Comenzando con el análisis de flujos, recorriendo el grafo desde abajo hacia arriba, sabemos que son válidas las expresiones en (1) debido a que f_1 es flujo de entrada y f_4 se ha elegido como variable independiente, en la puerta de inercia $I:m$, respectivamente.

$$f_1 = V_0(t) \quad f_4 = \frac{p_1}{m} \quad (1)$$

En el nudo 1, donde los flujos son constante, tenemos que $f_3 = f_4 = f_5$. En el nudo 0, tenemos que $f_1 = f_2 + f_3$. Luego, debido a que f_1 y f_3 son conocidos, entonces tenemos a la expresión (2). Así hemos determinado los 5 flujos de éste diagrama.

$$f_2 = V_0(t) - \frac{p_1}{m} \quad (2)$$

Para los esfuerzos, tenemos que, para comenzar, $e_5 = -m \cdot g$ y $e_2 = k_1 x_1$, éste último por haberse elegido como variable independiente.

Para el nudo 0, donde los esfuerzos son constantes, tenemos que $e_1 = e_2 = e_3$; por lo tanto, conocidos. En el nudo 1, $e_4 = e_3 + e_5$; por ello, tenemos a e_4 a partir expresión (3).

$$e_4 = k_1 x_1 - m \cdot g \quad (3)$$

Así, finalmente se obtiene las expresiones representadas en el diagrama Bond Graph de la Figura 6.

De este subsistema obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones de resumen:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} p_1 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & k_1 \\ -\frac{1}{m} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ x_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -m \cdot g \\ v_0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

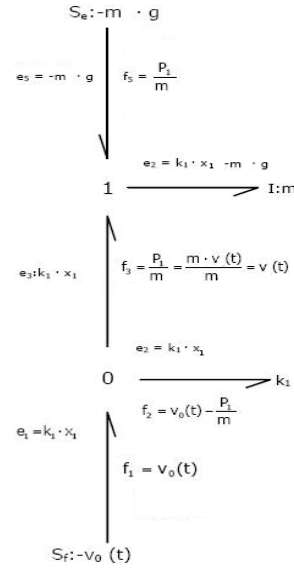


Fig. 6 Diagrama Bond Graph y sus ecuaciones.

Mediante 20-Sim se tiene la Figura 7 y los resultados de los flujos en la Figura 8 para los valores: $V_0 = 10$ m/s, $m = 30$ kg, $K_1 = 33$ N/m, $g = 9.8$ m/s².

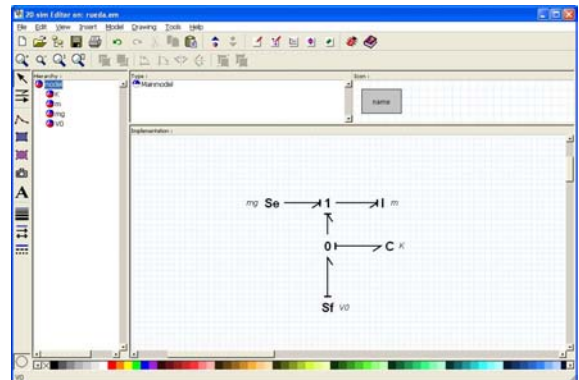


Fig. 7 Modelo en 20-Sim.

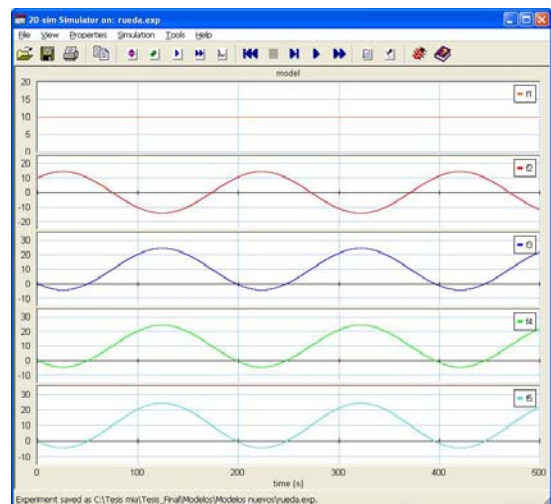


Fig. 8 Resultados simulación, flujos, 20-Sim para rueda simple.

Ahora, procederemos a modelar el chasis (Figura 5). De dicho diagrama Bond Graph tenemos que las variables serán p_2 , para M , y x_2 para K .

Procediendo al análisis de forma similar al proceso anterior obtenemos los flujos y esfuerzos para este subsistema (Figura 9).

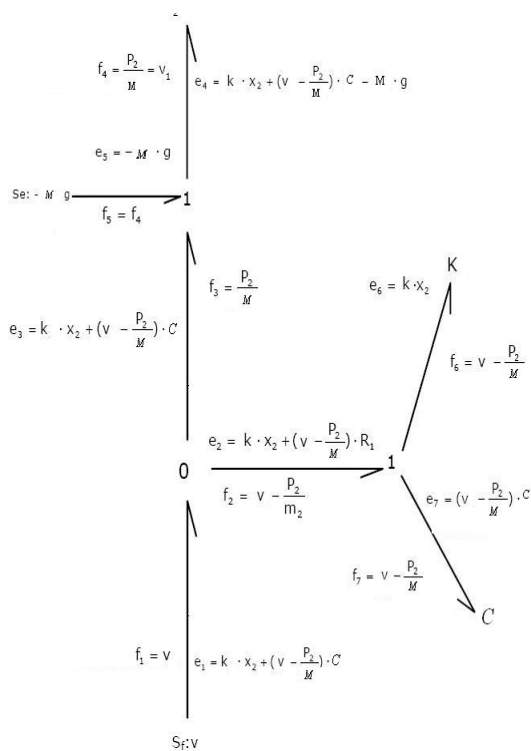


Fig. 9 Bond Graph resumen de flujos y esfuerzos.

Mediante 20-Sim, se tiene que la implementación del modelo es el mostrado en Figura 10.

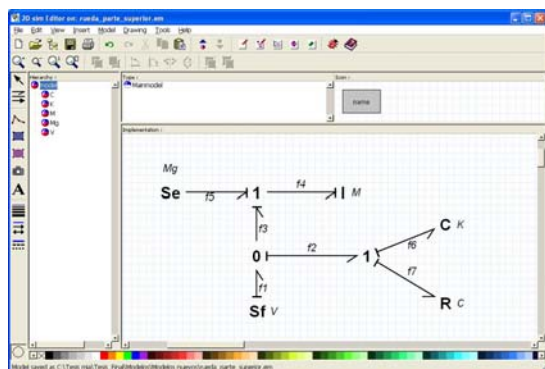


Fig. 10 Modelo en 20-Sim para suspensión.

Los resultados de los flujos, para los parámetros: $V_0 = 10$ m/s, $m = 385.5$ kg, $K = 16340$ N/m, $C = 355$ kg/s y $g = 9.8$ m/s², se presentan en la Figura 11.

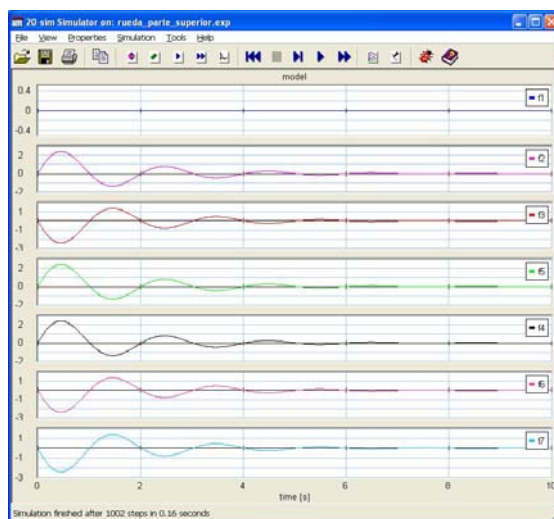


Fig. 11 Resultados simulación de suspensión.

De lo anterior, sólo queda integrar los 2 submodelos de tal forma de obtener un cuarto de vehículo en forma completa. Es aquí donde está la gran ventaja de la técnica Bond Graph que permite aprovechar los esfuerzos dedicados al planteamiento de un modelo puesto que permite unir los dos subsistemas, ya obtenidos, de tal forma de obtener el modelo final sin pérdida de algún fenómeno asociado al proceso de unión; es decir, gracias a su orientación al diseño de objetos. Lo anterior se puede comprobar obteniendo el modelo total (Figura 12) y compararlo con el obtenido por la integración. Debemos recordar que en este último grafo aún no se considera el ángulo de caída.

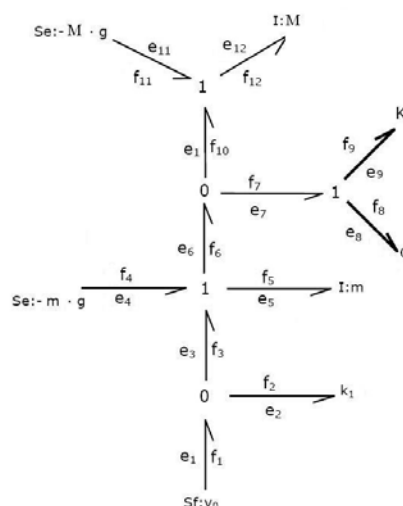


Fig. 12 Bond Graph integrado.

De aquí, y considerando nuestro modelo presentado en la figura anterior, se procede a unificar las ecuaciones de los dos subsistemas. Una vez realizado dicho

procedimiento se obtienen las ecuaciones de estado finales.

Entonces, el sistema de ecuaciones finales, en forma matricial, se presenta en (5).

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{C}{m} & \frac{C}{M} & K_1 & K \\ \frac{C}{m} & -\frac{C}{M} & 0 & K \\ -\frac{1}{m} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{m} & -\frac{1}{M} & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -m \cdot g \\ -M \cdot g \\ V_0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

A partir de ahora se procederá a incorporar el ángulo de caída ε en el grafo Bond Graph (Figura 13), que sólo lo podemos visualizar al observar frontalmente la rueda (Figura 1).

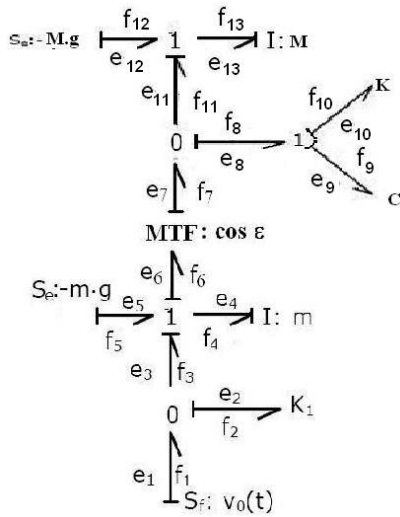


Fig. 13 Bond Graph de cuarto de vehículo considerando ángulo de caída.

A continuación se aplicará el procedimiento, en forma detallada, de obtención de expresiones para Bond Graph, desde abajo hacia arriba.

Para comenzar, como fuente de flujo se tiene (6) y (7), por ser variables del sistema.

$$f_1 = V_0 \quad (6)$$

$$f_4 = \frac{p_1}{m} \quad (7)$$

Del nudo 1, tenemos la expresión (8).

$$f_6 = f_4 = f_5 = f_3 = \frac{p_1}{m} \quad (8)$$

Del nudo tipo 0, obtenemos f_2 a partir de la expresión (9)

$$f_2 = f_1 - f_3 = V_0 - \frac{p_1}{m} \quad (9)$$

Aplicando transformer se tiene para f_7 la expresión (10).

$$f_7 = f_6 \cos \varepsilon = \frac{p_1}{m} \cos \varepsilon \quad (10)$$

Para continuar se debe comenzar ahora desde arriba para poder obtener los flujos directamente accesibles. Por ello, se parte con la expresión (11), por ser p_2 variable del sistema:

$$f_{13} = \frac{p_2}{M} \quad (11)$$

Puesto que por nudo 1 se tiene que $f_{11} = f_{12} = f_{13}$; por lo tanto, para f_8 la expresión es (12).

$$f_8 = f_7 - f_{11} = \frac{p_1}{m} \cos \varepsilon - \frac{p_2}{M} \quad (12)$$

Por lo anterior, se obtiene los flujos f_{10} y f_9 por tener el mismo valor que f_8 en nudo tipo 1. Con ello se da por terminada la búsqueda de los valores para los flujos.

Prosiguiendo, se continúa con determinar los esfuerzos. El proceso comienza por determinar aquellos valores que son directos; es decir e_2, e_5, e_{10} y e_{12} mediante las expresiones (13), (14), (15) y (16), respectivamente.

$$e_2 = K_1 x_1 \quad (13)$$

$$e_5 = -m \cdot g \quad (14)$$

$$e_{10} = K \cdot x_2 \quad (15)$$

$$e_{12} = -M \cdot g \quad (16)$$

entonces $e_1 = e_2 = e_3 = K_1 x_1$. Debemos ahora comenzar nuevamente desde arriba para seguir con los despejes. La expresión (17) nos permite obtener e_9 por definición de un elemento tipo capacitor.

$$e_9 = f_9 C = \left(\frac{p_1}{m} \cos \varepsilon - \frac{p_2}{M} \right) C \quad (17)$$

Como tenemos a e_{10} y e_9 , entonces obtenemos e_8 (18).

$$e_8 = K \cdot x_2 + \left(\frac{p_1}{m} \cos \varepsilon - \frac{p_2}{M} \right) C \quad (18)$$

De ello, obtenemos e_7 y e_{11} directamente.

Prosiguiendo, obtenemos e_{13} , e_6 y e_4 según las expresiones (19), (20) y (21), respectivamente.

$$e_{13} = -M \cdot g + K \cdot x_2 + \left(\frac{p_1}{m} \cos \varepsilon - \frac{p_2}{M} \right) C \quad (19)$$

$$e_6 = \left[K \cdot x_2 + \left(\frac{p_1}{m} \cos \varepsilon - \frac{p_2}{M} \right) C \right] \cos \varepsilon \quad (20)$$

$$e_4 = K_1 x_1 - m \cdot g - \left[K \cdot x_2 + \left(\frac{p_1}{m} \cos \varepsilon - \frac{p_2}{M} \right) C \right] \cos \varepsilon \quad (21)$$

Finalmente, el sistema de ecuaciones dado por las expresiones (22), (23), (24) y (25).

$$\frac{dp_1}{dt} = m \cdot a_1 = e_4 \quad (22)$$

$$\frac{dp_2}{dt} = M \cdot a_2 = e_{13} \quad (23)$$

$$\frac{dx_1}{dt} = f_2 \quad (24)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = f_{10} \quad (25)$$

Donde a_1 y a_2 corresponden a las aceleraciones verticales en el objeto rueda y en el objeto chasis del cuarto de vehículo.

Finalmente, el sistema de ecuaciones es (26).

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{C}{m} \cos^2 \varepsilon & \frac{C}{M} \cos \varepsilon & K_1 & -K \cos \varepsilon \\ \frac{C}{m} \cos \varepsilon & -\frac{C}{M} & 0 & K \\ -\frac{1}{m} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{m} \cos \varepsilon & -\frac{1}{M} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -m \cdot g \\ -M \cdot g \\ V_0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

La implementación en 20-Sim se puede ver en la Figura 14 y los resultados de la simulación en la Figura 15.

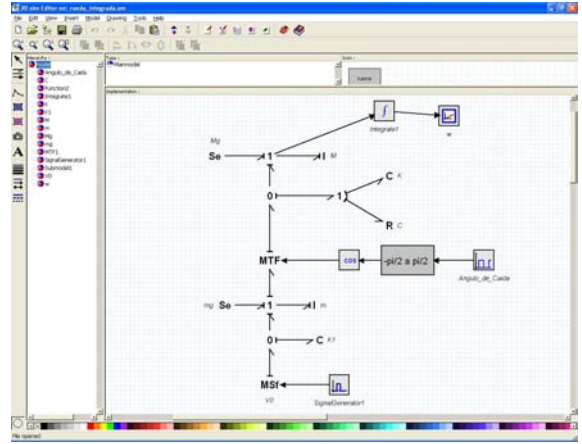


Fig. 14 Modelo integrado en 20-Sim.

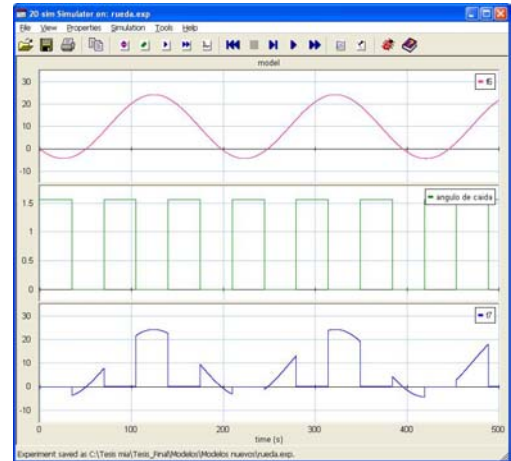


Fig. 15 Resultados de simulación de rueda con ángulo de caída.

Analizando la Figura 15 se puede visualizar que cuando el ángulo de caída es cero, la rueda totalmente perpendicular a la calzada, la velocidad de salida del elemento TF es igual a la de entrada; es decir, es transferida toda la velocidad a cualquier elemento superior, o chasis. Cuando el ángulo de caída ε es cercano a $\pi/2$, la rueda totalmente en caída, la velocidad vertical transferida es cero.

Este modelo considera la inflexión que se produce al inclinarse la rueda pero sólo en el eje Z ; esto queda más claro en la Figura 16 donde se puede visualizar dos componentes por fuerza, una en el eje Z y la otra en el eje Y . Por lo anterior, el modelo puede ser ampliado de tal forma considerar el comportamiento de la componente Y de las fuerzas. En este trabajo, no se consideran dichas componentes puesto que el efecto del ángulo de caída se considera para valores pequeños, por

lo que se asumen despreciables. Debemos agregar además que, en dicha figura, aparece la distancia $2a\cos\varepsilon$ que depende del ancho de la rueda, $2a$, y del ángulo de caída y que afecta el comportamiento del par que se genera en la rueda a partir del ángulo de caída, despreciable para nuestro caso bajo el supuesto asumido de ángulos pequeños.

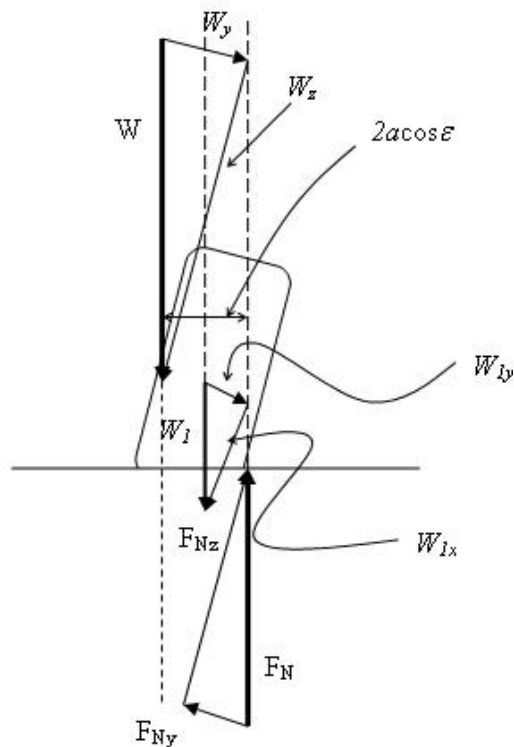


Fig. 16 Fuerzas en el modelo de rueda integrada.

CONCLUSIONES

Este paper ha perfilado las mejoras del análisis de la dinámica vertical, de los modelos propuestos para un cuarto de vehículo, por la puesta en práctica de un acercamiento más real al comportamiento del sistema de suspensión, componente crítico de un automóvil; es decir, mediante la inclusión del análisis del ángulo de caída que sufre una rueda al tomar una curva o sobrellevar un bache. Continuamente se propone la combinación de resorte y un amortiguador para un sistema de suspensión mecatrónico pero sin considerar la inclinación que sufre una rueda en caminos rurales y otros escenarios, factor relevante en el confort de los pasajeros.

Los estudios de dinámica de vehículo, de base, parten de su sistema de suspensión. En la mayoría de los estudios no se realiza un análisis del comportamiento de estos sistemas bajo condiciones de la variable ángulo de caída, lo que es muy difícil de modelar con la mecánica

clásica, a diferencia de la técnica Bond Graph. En este aspecto, el modelo obtenido nos permite analizar el comportamiento de las fuerzas en el sistema de suspensión al sufrir una inclinación la rueda del móvil. Finalmente, la tarea próxima es analizar este comportamiento en los sistemas de suspensión activos, donde en dichos estudios, en general, tampoco se considera el ángulo de inclinación que sufren las ruedas.

REFERENCIAS

- [1] Pacejka, H. Principles of plane motion of automobiles. IUTAM symposium on the dynamics of automobiles, Delft Univ. of Tech, pp. 33-59, 1995.
- [2] Kortuem, W. and Urzt, A. Simulation of active suspensions in ground transportation – Application to Maglev vehicles, 11th IMACS world congress, Oslo, Norway, 5-9 Aug., 1985.
- [3] Gavriloski, V.; Danev, D. and Angushev, K. Mechatronic approach in vehicle suspension system design. 12th IFToMM World Congress, Besançon, France, June 18-21, 2007.
- [4] Erial, T.; Stein, J. and Louca, L. A Bond Graph based modular modeling approach towards an automated modeling environment for reconfigurable machine tools. IMAACA 2004.
- [5] Izquierdo, A.; Vera, C. y Díaz, V. Teoría de los vehículos automóviles. 2da. Edición, ETS Ingenieros Industriales. Univ. Polit. de Madrid, sin fecha.
- [6] Breedveld, P. Bond Graph. Encyclopedia of Life Support System contribution, preliminary version, Knowledge Foundations AREA, University of Twente, Netherlands, 2003.
- [7] Senthil, M. and Vijayarangan, S. Analytical and experimental studies on active suspension system of light passenger vehicle to improve ride comfort. Mechanika, ISSN 1392-1207, Nr. 3, 2007, pp. 34-41.
- [8] Raimúndez, J. Modelado de Sistemas Dinámicos (Bond Graph). Pág. 1-57. Octubre 1999. <http://www-ma4.upc.edu/~carles/MOSS/raimundez.pdf>.
- [9] Marquis-Favre, W.; Bideaux, E.; Mechin, O.; Scavarda, S.; Guillemard, F. and Ebalard, M. (2006). Mechatronic bond graph modelling of an automotive vehicle. Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems, Vol. 12, N° 2-3, April-June, pp. 189-202.
- [10] Broenink, J. (2003). Tutorial Introduction to 20-Sim 3.6. University of Twente, EE Department, Enschede, Netherlands.